Течения со свободной поверхностью играют важную роль во многих сферах науки и техники. Определение положения поверхности раздела сред необходимо при решении задач технической гидравлики. Вычисление точного положения поверхностей раздела фаз при решении сложных задач, в настоящее время, возможно только при создании сложных математических моделей, основанных на численных методах, или путем проведения лабораторных экспериментов.

Свободная поверхность потока — граница между жидкостью и находящимся над ней газом. В большинстве из решаемых задач инженерной гидравлики, плотность жидкости во много раз больше плотности газа, что позволяет пренебрегать влиянием воздуха на движущуюся жидкость.

Для решении многих задач гидротехники, мелиорации и водоснабжения необходимо определять форму и положение границы раздела потока движущейся жидкости. Характерными случаями такого типа являются такие нестационарные задачи как: набеганние морских волн на препятствие, обрушение резервуаров, плотин, подпорных стен. В качестве стационарных задач могут рассматриваться: истечение жидкости через затворы плотин водохранилищ, обтекание водосливов и вертикальных опор мостов, движение жидкостей в мелиоративных каналах.

Существует большое количество методов расчета потоков, в которых используются различные способы определения положения свободной поверхности потока жидкости. По способу преобразования уравнений движения среды, различные численные алгоритмы решения гидравлических задач о движении жидкостей с открытой поверхностью можно разделить на 2 вида: на лагранжевы и эйлеровы.

В методах, основанных на подходе Лагранжа, положение свободной поверхности определяется либо узлами подвижной расчетной сетки, либо частицами, переносящими материальные и динамические свойства среды. В методах, основанных на подходе Эйлера, для определения положения свободной поверхности вводятся различные маркеры, которые движутся вместе со средой и не влияют на ее динамику. Роль маркеров могут выполнять точечные частицы, помещаемые вдоль свободной поверхности или в весь объем жидкости, так и пространственные маркер-функции [1].

Эйлеровы методы основаны на подходе Эйлера к записи уравнений движения потока. Эйлеров подход в описании движения заключается в определении характеристик потока сплошной среды в выбранной геометрической точке рассматриваемого пространства. Таким образом в пространстве выбирают точку А, координаты которой имеют значения x, y, z. Движение потока в фиксированном месте, с точки зрения Эйлера, считается известным, если известны функции [2]: (1) Переменные носят название переменных Эйлера.

Уравнение массы при использовании подхода Эйлера имеет вид [3]: (2)

Уравнение импульса в подходе Эйлера примет вид [3]: (3)

Исходя из сравнения подходов Эйлера и Лагранжа [4] можно сделать вывод, что с точки зрения Лагранжа, рассматриваются законы изменения гидродинамических характеристик для выбранной точки сплошной среды, а с точки зрения Эйлера — законы изменения характеристик в выбранном месте потока жидкости.

В эйлеровых алгоритмах для дискретизации уравнений движения среды используется, как правило, неподвижная расчетная сетка (в ряде случаев сетка может быть деформируемой в определенных пределах, например, для учета перемещения твердых границ). При этом межфазная граница перемещается по сетке, и для определения ее положения нужны специальные методики. В качестве основных методик используют методы MAC, VOF и метод поверхностных маркеров.

Метод MAC относится к классу методов, расчеты которого проводятся на неподвижной сетке. Для определения наполненности жидкостью ячеек расчетной области используются точечные частицы-маркеры, распределённые по объему жидкости и движущиеся вместе с ней. Вводимые в поток частицы-маркеры не занимают объема и не влияют на характер течения. В этом методе ячейка сетки будет содержать жидкость, если имеет внутри себя хотя бы один маркер, если нет, то ячейка пуста.

Достоинством такого метода является возможность расчета сложных течений с объединением и разделением объемов жидкости. Это достоинство обусловлено тем, что маркеры отслеживают движение единичных объемов жидкости, а не точек положения свободной поверхности. Таким образом свободная поверхность определена как граница объема, занятого жидкостью, посредством этого, поверхности потоков могут свободно объединяться и распадаться.

Недостатками MAC являются: низкая экономичность (расчет достаточно большого количества маркеров), при недостатке частиц снижется точность и появляется возможность образования нефизичных пустот в потоке.

Практическое применение метода МАС ограничивалось преимущественно двумерными задачами; на сегодняшний день данный метод почти не используется

Суть метода поверхностных маркеров заключается в том, что точечные частицы-маркеры расположены не в объеме жидкости, а только на поверхности раздела. Данный метод является более экономичным по сравнению с методом MAC, а также позволяет более точно описывать контактную границу и поверхностное натяжение. Недостатком же является то, что в данном методе при поверхностном распределении маркеров расчет течений со слиянием или разделением объемов жидкости становится проблематичным. Также сохранена проблема потери точности расчетов, за счет уменьшения концентрации маркеров при сильной деформации свободных поверхностей, присутствовшая и в методе MAC. Метод поверхностных маркеров является наиболее эффективным при решении двумерных задач, однако данная методика с трудом обобщается на трехмерный случай. В связи с этим практическое применение метода поверхностных маркеров не вышло за рамки двумерных задач

Метод VOF (Volume-of-Fluidmethod) является в настоящее время наиболее популярным и используется в известных программах вычислительной гидродинамики, таких как ANSYS Fluent, Star-CD и CFX, Flow-3D.

В методе вместо функции маркера используют специальную функцию объемной доли жидкости в ячейке расчетной сетки — С. Если в элементе сетки доля жидкости С=1 — ячейка заполнена жидкостью, если С=0 — то ячейка пуста. Границе раздела сред соответствует значение величины 0<С<1. В отличие от MAC, в методе VOF необходимо хранить в ячейке только одну переменную, что делает метод намного более экономичным в отношении вычислительной мощности.

На основе представленных данных о методах расчета потоков со свободной поверхностью основанных на Эйлеровом подходе к изучению движения жидкости можно сделать следующие выводы:

Эйлеровы методы являются наиболее эффективными в практическом плане, за счет возможности пользовательского изменения структуры и размеров расчетной сетки в зависимости от рассматриваемой задачи;

Метод MAC, основанный на добавлении маркеров в поток жидкости, является пригодным для решения сложных задач, но является наиболее ресурсозатратным;

Метод поверхностных маркеров не пригоден для решения сложных задач, но является менее требовательным к вычислительной мощности;

Наиболее распространённым и доступным является метод VOF, основанный на нахождении объёмной доли жидкости в ячейках. Данный метод является оптимальным по спектру решаемых задач и экономии ресурсов, требуемых для решения задачи.

Free-surface flows play an important role in many areas of science and technology. Determining the position of the media interface is necessary when solving problems of technical hydraulics. Calculation of the exact position of phase interfaces in solving complex problems, at present, is possible only when creating complex mathematical models based on numerical methods, or by conducting laboratory experiments.

The free flow surface is the boundary between the liquid and the gas above it. In most of the solved problems of engineering hydraulics, the density of the liquid is many times greater than the density of the gas, which makes it possible to neglect the influence of air on the moving liquid.

To solve many problems in hydraulic engineering, land reclamation and water supply, it is necessary to determine the shape and position of the interface between the flow of a moving fluid. Typical cases of this type are such non-stationary problems as: the onrush of sea waves to an obstacle, the collapse of reservoirs, dams, retaining walls. As stationary problems, the following can be considered: the outflow of fluid through the gates of reservoir dams, the flow around weirs and vertical supports of bridges, the movement of fluids in reclamation canals.

There are a large number of flow calculation methods that use various methods to determine the position of the free surface of a fluid flow. According to the method of transforming the equations of motion of the medium, various numerical algorithms for solving hydraulic problems of the motion of fluids with an open surface can be divided into 2 types: Lagrangian and Euler.

In methods based on the Lagrange approach, the position of the free surface is determined either by the nodes of the moving computational grid or by particles that transfer the material and dynamic properties of the medium. In the methods based on the Euler approach, to determine the position of the free surface, various markers are introduced that move along with the medium and do not affect its dynamics. The role of markers can be played by point particles placed along the free surface or in the entire volume of the liquid, as well as spatial marker functions [1].

Euler methods are based on Euler's approach to writing equations of flow motion. The Euler approach to the description of motion consists in determining the characteristics of the flow of a continuous medium at a selected geometric point in the space under consideration. Thus, point A is chosen in space, the coordinates of which have the values ​​x, y, z. The movement of a flow in a fixed place, from the point of view of Euler, is considered known if the functions are known [2]: (1) Variables are called Euler variables.

The mass equation when using the Euler approach has the form [3]: (2)

The momentum equation in the Euler approach takes the form [3]: (3)

Based on a comparison of the approaches of Euler and Lagrange [4], we can conclude that from the point of view of Lagrange, the laws of change in hydrodynamic characteristics for a selected point of a continuous medium are considered, and from the point of view of Euler, the laws of change in characteristics at a selected point in the fluid flow.

In Euler algorithms, to discretize the equations of motion of a medium, as a rule, a fixed computational grid is used (in some cases, the grid can be deformable within certain limits, for example, to take into account the movement of solid boundaries). In this case, the interphase boundary moves along the grid, and special techniques are needed to determine its position. The main methods used are the MAC, VOF and surface marker methods.

The MAC method belongs to the class of methods, the calculations of which are carried out on a fixed grid. To determine the filling of the cells of the computational domain with liquid, point marker particles are used, which are distributed over the volume of the liquid and move along with it. Marker particles introduced into the flow do not occupy volume and do not affect the nature of the flow. In this method, the grid cell will contain liquid if it has at least one marker inside it, if not, then the cell is empty.

The advantage of this method is the possibility of calculating complex flows with combining and separating fluid volumes. This advantage is due to the fact that the markers track the movement of unit volumes of liquid, and not the position points of the free surface. Thus, the free surface is defined as the boundary of the volume occupied by the fluid, whereby the flow surfaces can freely combine and break up.

The disadvantages of MAC are: low efficiency (calculation of a sufficiently large number of markers), with a lack of particles, the accuracy decreases and it becomes possible to form non-physical voids in the flow.

The practical application of the MAC method was limited mainly to two-dimensional problems; Today, this method is almost never used.

The essence of the method of surface markers is that the point marker particles are located not in the bulk of the liquid, but only on the interface. This method is more economical than the MAC method, and also allows a more accurate description of the contact boundary and surface tension. The disadvantage is that in this method, with a surface distribution of markers, the calculation of flows with merging or separating fluid volumes becomes problematic. Also, the problem of loss of calculation accuracy due to a decrease in the concentration of markers with a strong deformation of free surfaces, which was also present in the MAC method, has been preserved. The method of surface markers is the most effective in solving two-dimensional problems, however, this technique can hardly be generalized to the three-dimensional case. In this regard, the practical application of the method of surface markers has not gone beyond the scope of two-dimensional problems.

The VOF (Volume-of-Fluidmethod) method is currently the most popular and is used in well-known CFD programs such as ANSYS Fluent, Star-CD and CFX, Flow-3D.

In the method, instead of the marker function, a special function of the volume fraction of liquid in the cell of the computational grid is used - C. If the fraction of liquid in the grid element is C = 1 - the cell is filled with liquid, if C = 0 - then the cell is empty. The interface between the media corresponds to the value of 0<С<1. Unlike MAC, the VOF method only needs to store one variable per cell, which makes the method much more economical in terms of processing power.

Based on the data presented on the methods for calculating flows with a free surface based on the Euler approach to the study of fluid motion, the following conclusions can be drawn:

Euler methods are the most effective in practical terms, due to the possibility of user changing the structure and size of the computational grid, depending on the problem under consideration;

The MAC method based on adding markers to the fluid flow is suitable for solving complex problems, but is the most resource-intensive;

The method of surface markers is not suitable for solving complex problems, but is less demanding on computing power;

The most common and accessible is the VOF method, which is based on finding the volume fraction of liquid in the cells. This method is optimal in terms of the range of tasks to be solved and saving the resources required to solve the problem.